Боярко Татьяна Викторовна, учитель математики высшей калификационной категории ГУО «Гимназия № 2 г.Бобруйска»

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Место факультативного занятия: второе занятие по данной теме.
Применяемые формы обучения: фронтальная, индивидуальная, парная.
Методы и приёмы обучения: поисковый, практический, самоконтроль, взаимоконтроль.
Средства обучения:
лист контроля;
карточка – справочник;
задания для самостоятельной работы;
альтернативное домашнее задание.

Когнитивная цель занятия: углубление знаний; применение нестандартных способов решения показательных уравнений; формирование умений и навыков практического их применения.
Задачи личностного развития и воспитания:
- содействовать развитию логики и интуиции, внимания, сообразительности, самостоятельности, критичности и гибкости мышления, умений применять знания, коммуникативных и рефлексивных способностей учащихся;
- способствовать воспитанию у учащихся стремления к самообразованию и самосовершенствованию, нацеленности на успех в учебной деятельности.

Организационно – мотивационный этап факультативного занятия
Задачи этапа: психологическая и познавательная готовность учащихся к овладению умениями решать показательные уравнения, наличие у них мотивации к учебной деятельности, определение цели урока.
Содержание:
1. Организационный момент
2. Создание ситуации успеха, предоставление учащимся возможности проявить свою компетентность:
- фронтальный опрос по вопросам листа контроля.

Лист контроля знаний. Повторение.
1. Определение показательного уравнения.
2. Основные способы решения простейших показательных уравнений.
3. Сформулируйте теорему о корне, следствие из неё;
4. Верно ли, что число x_0, является корнем уравнения $f(x) = g(x)$, определенного на множестве D, если: а) $x_0 \notin D$; б) $x_0 \in D$, в) $f(x_0) = g(x_0)$?
5. Сформулируйте неравенство Коши;
6. Сформулируйте условие применения метода оценки. На что он опирается?
- проверка домашнего задания.

1) $2^{x+2}=\dfrac{5x+3}{x}$; **2)** $3^{\left|x-\frac{1}{4}\right|+2}=5+4\sin 2\pi x$; **3)** $tg^2\dfrac{\pi x}{8}+ctg^2\dfrac{\pi x}{8}=3-2^{|x|}$.

3. Сообщение темы занятия. Формулировка учащимися целей занятия.

Операционно – познавательный этап факультативного занятия

Задачи этапа: углубление знаний; совершенствование навыков решения показательных уравнений; применение к решению показательных уравнений нестандартных способов решения.

Содержание:

1. Формулировка цели занятия учащимися.

2. Нестандартные способы решения показательных уравнений:

- Решение уравнения вида $A\cdot a^{f(x)}+B\cdot b^{f(x)}+C=0$, $a\cdot b=1$.
- Решение показательных уравнений, основания степеней которых являются последовательными членами геометрической прогрессии.
- Решение показательных уравнений введением параметра.

Записать теоретическое обоснование решения показательных уравнений на доске, учащиеся записывают в своих тетрадях. Примеры решения показательных уравнений.

- **Уравнения вида** $A\cdot a^{f(x)}+B\cdot b^{f(x)}+C=0$, $a\cdot b=1$ можно решать следующим образом: ввести замену $t=a^{f(x)}$, $t\rangle 0$ и учитывая, что если $a\cdot b=1$, то $b^{f(x)}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^{f(x)}=\dfrac{1}{a^{f(x)}}$, перейти к уравнению $A\cdot t^2+C\cdot t+B=0$.

Пример:

$$\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10.$$

Заметим, что $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)\cdot\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)=1$, тогда пусть $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=t$, $t\rangle 0$

Исходное уравнение примет вид: $t+\dfrac{1}{t}=10$, откуда $t^2-10t+1=0$, т.е.

$t_{1.2}=5\pm\sqrt{2\sqrt{6}}$.

Тогда $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=5+2\sqrt{6}$ или $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=5-2\sqrt{6}$.

Отсюда $x_1=-2$, $x_2=2$.

Ответ: $x_1=-2$, $x_2=2$.

- Показательные уравнения, основания степеней которых являются последовательными членами геометрической прогрессии, а показатели степеней одинаковы, после деления на любой из членов приводятся к уравнениям, решаемым заменой переменной.

Пример:

$27^x+16\cdot 8^{x-1}=2\cdot 18^x+12^x$.

Числа $8, 12, 18, 27$ - четыре последовательных члена геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{3}{2}$. Так как $8^x \neq 0$ ни при каких $x \in R$, то, разделив обе части уравнения на 8^x, получим равносильное уравнение $\left(\frac{27}{8}\right)^x + 2 = 2\cdot\left(\frac{18}{8}\right)^x + \left(\frac{12}{8}\right)^x$.

$\left(\frac{3}{2}\right)^{3x} + 2 = 2\cdot\left(\frac{3}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Пусть $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$, $t > 0$. Тогда $t^3 + 2 = 2t^2 + t$.

$(t-2)(t^2-1) = 0$, отсюда $\left[\begin{array}{l} t = \pm 1, \\ t = 2. \end{array}\right.$

Тогда $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1$, $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$. Отсюда $x = 0$ или $x = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Ответ: $x = 0$, $x = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

- Решение показательных уравнений введением параметра.

Пример:

$(2x-1)\cdot 4^x - 2(4x-1)\cdot 2^x + 8 = 0$.

Пусть $2^x = t$, $t > 0$. Решим квадратное уравнение относительно t.

$(2x-1)\cdot t^2 - 2(4x-1)\cdot t + 8 = 0$,

$D' = (4x-1)^2 - 8(2x-1) = 16x^2 - 8x + 1 - 16x + 8 = 16x^2 - 24x + 9 = (4x-3)^2$,

$D' \geq 0$ при $x \in R$, $\sqrt{D'} = |4x-3|$, тогда

$t_1 = \frac{4x-1+4x-3}{2x-1}$, $t_1 = 4$; $t_2 = \frac{4x-1-4x+3}{2x-1} = \frac{2}{2x-1}$.

Тогда $2^x = 4$, $x = 2$ или $2^x = \frac{2}{2x-1}$. Решим полученное уравнение функциональным методом. Функция $y = 2^x$ возрастает на всей области определения, функция $y = \frac{2}{2x-1}$ убывает на всей области определения. Значит, уравнение имеет не более одного корня. $x = 1$, так как $2^1 = \frac{2}{2-1}$, $2 = 2$.

Ответ: $x = 2$, $x = 1$.

3. Самостоятельная работа с карточкой-справочником.

Карточка – справочник

1. Уравнения вида $A\cdot a^{f(x)} + B\cdot b^{f(x)} + C = 0$, $a\cdot b = 1$ можно решать следующим образом: ввести замену $t = a^{f(x)}$, $t > 0$ и учитывая, что если $a\cdot b = 1$, то $b^{f(x)} = \left(\frac{1}{a}\right)^{f(x)} = \frac{1}{a^{f(x)}}$, перейти к уравнению $A\cdot t^2 + C\cdot t + B = 0$.

Пример:

$$\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10.$$

Заметим, что $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)\cdot\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)=1$, тогда пусть $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=t$, $t\rangle 0$

Исходное уравнение примет вид: $t+\dfrac{1}{t}=10$, откуда $t^2-10t+1=0$, т.е.

$t_{1.2}=5\pm\sqrt{2\sqrt{6}}$.

Тогда $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=5+2\sqrt{6}$ или $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=5-2\sqrt{6}$.

Отсюда $x_1=-2$, $x_2=2$.

Ответ: $x_1=-2$, $x_2=2$.

2. Показательные уравнения, основания степеней которых являются последовательными членами геометрической прогрессии, а показатели степеней одинаковы, после деления на любой из членов приводятся к уравнениям, решаемым заменой переменной.

Пример:

$27^x+16\cdot 8^{x-1}=2\cdot 18^x+12^x$.

Числа $8, 12, 18, 27$ - четыре последовательных члена геометрической прогрессии со знаменателем $\dfrac{3}{2}$. Так как $8^x\neq 0$ ни при каких $x\in R$, то, разделив обе части уравнения на 8^x, получим равносильное уравнение $\left(\dfrac{27}{8}\right)^x+2=2\cdot\left(\dfrac{18}{8}\right)^x+\left(\dfrac{12}{8}\right)^x$.

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3x}+2=2\cdot\left(\dfrac{3}{3}\right)^{2x}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^x$. Пусть $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=t$, $t\rangle 0$. Тогда $t^3+2=2t^2+t$.

$(t-2)(t^2-1)=0$, отсюда $\left[\begin{array}{l} t=\pm 1,\\ t=2.\end{array}\right.$

Тогда $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=1$, $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=2$. Отсюда $x=0$ или $x=\log_{\frac{3}{2}}2$.

Ответ: $x=0$, $x=\log_{\frac{3}{2}}2$.

– Решение показательных уравнений введением параметра.

Пример:

$(2x-1)\cdot 4^x-2(4x-1)\cdot 2^x+8=0$.

Пусть $2^x=t$, $t\rangle 0$. Решим квадратное уравнение относительно t.

$(2x-1)\cdot t^2-2(4x-1)\cdot t+8=0$,

$D'=(4x-1)^2-8(2x-1)=16x^2-8x+1-16x+8=16x^2-24x+9=(4x-3)^2$,

$D' \geq 0$ при $x \in R$, $\sqrt{D'} = |4x-3|$, тогда

$t_1 = \dfrac{4x-1+4x-3}{2x-1}$, $t_1 = 4$; $t_2 = \dfrac{4x-1-4x+3}{2x-1} = \dfrac{2}{2x-1}$.

Тогда $2^x = 4$, $x = 2$ или $2^x = \dfrac{2}{2x-1}$. Решим полученное уравнение функциональным методом. Функция $y = 2^x$ возрастает на всей области определения, функция $y = \dfrac{2}{2x-1}$ убывает на всей области определения. Значит, уравнение имеет не более одного корня. $x = 1$, так как $2^1 = \dfrac{2}{2-1}$, $2 = 2$.

Ответ: $x = 2$, $x = 1$.

Контрольно – коррекционный этап факультативного занятия
Задачи этапа: самоконтроль, самооценка и выяснение учащимися степени достижения целей урока, анализ эффективности исполняемой деятельности.
Содержание:
1. Организация выполнения решений показательных уравнений. Работа в парах.
Составьте алгоритм решения уравнения и решите его:

$\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x - \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x = 4\sqrt{2}$;

$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{\cos x} + \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^{\cos x} = \dfrac{5}{2}$;

$\left(4+\sqrt{15}\right)^x + \left(4-\sqrt{15}\right)^x = 62$;

$6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$;
$4^x - 6^x + 2 \cdot 3^x = 2^{x+1}$;
$4^x + 10^x - 2 \cdot 25^x = 0$;

$(x-1) \cdot 4^x - 2(x+1) \cdot 2^x + 8 = 0$;
$9^x - 2(3-x) \cdot 3^x + 5 - 2x = 0$.
$25^x - 2(13-x) \cdot 5^x + 25 - 50x = 0$.

2. Экспресс – контроль правильности выполнения самостоятельной работы, разбор недочетов, ошибок; их коррекция.

Альтернативное домашнее задание.
Подведение итогов факультативного задания.